2026年度　　東京淫夢大学　入学者選抜試験　数学　　文系

1 (解答欄)

条件①より、mは2の倍数であるため偶数であり、条件②と併せて考えてnは偶数である。

条件① $\Leftrightarrow$ $n=\frac{9}{2}m+1$ …③

法を10として③について考えると、

$m\equiv 0$のとき、$n\equiv 1, 6$

$m\equiv 2$のとき、$n\equiv 0, 5$

$m\equiv 4$のとき、$n\equiv 4, 9$

$m\equiv 6$のとき、$n\equiv 3, 8$

$m\equiv 8$のとき、$n\equiv 2, 7$

条件②も満たすのは$m\equiv n\equiv 4$のときのみであり、このとき$\frac{9}{2}m+1\equiv 4$より、

$\frac{9}{2}m\equiv 3 \pmod{10}$ …④

④が成り立つのは$m\equiv 14, 34, 54, 74, 94 \pmod{100}$のとき。

以下、法を100として③について考えると、

$m\equiv 14$のとき、$n\equiv 14, 64$

$m\equiv 34$のとき、$n\equiv 4, 54$

$m\equiv 54$のとき、$n\equiv 44, 94$

$m\equiv 74$のとき、$n\equiv 34, 84$

$m\equiv 94$のとき、$n\equiv 24, 74$

条件②も満たすのは$m\equiv n\equiv 14 \pmod{100}$のときのみである。

$m=14, 114, \cdots$と小さい数から③に代入していくと、$(m,n)=(14,64), (114,514), \cdots$

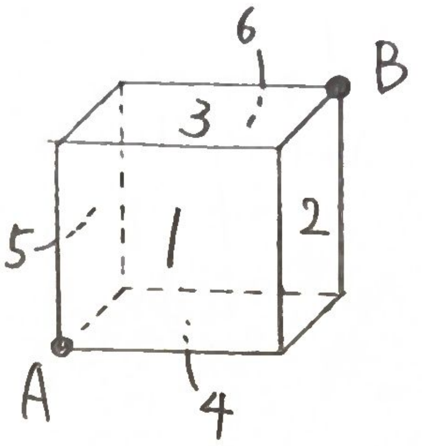
mが最小となる組(m,n)は、$\underline{(m,n)=(114,514)}$ //

氏名	受験番号					
田所浩二	1	1	4	5	1	4

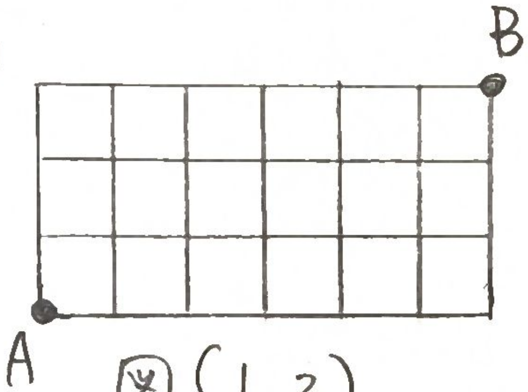
文 1
40

2 (解答欄)

(1) 右図のように
サイコロと同様に
1〜6の番号を各面
に振る。



1と2の面を切り
とって展開した
ものを(1,2)と
表す。



図(1,2)

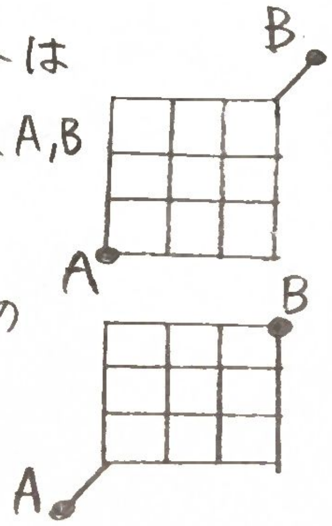
図(1,2)に
おいてA→Bへと行く方法は、

$\frac{9!}{6!3!} = 84$　より　84通りである。

(4,2), (4,6), (5,6), (5,3), (1,3)
についても同様にして、

$84 \times 6 = 504$

ここで、重複している経路は
右図のように立方体の点A,B
以外の頂点を通るような
経路であり、該当する6つの
頂点について考えると



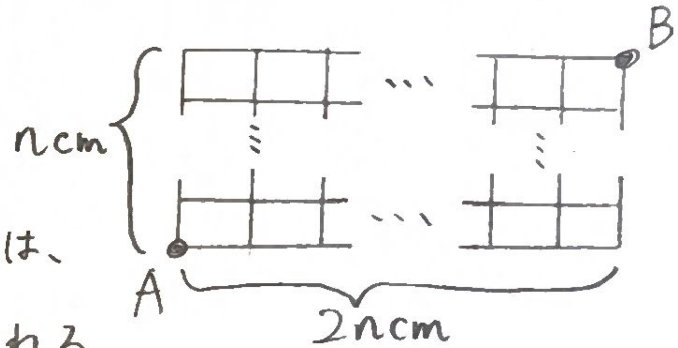
$\frac{6!}{3!3!} \times 6 = 120$

以上より　$504 - 120 = 384$　　<u>384通り</u>//

(2)
(1)より、点A,B以外のとある頂点を通るのは、
$\frac{6!}{3!3!} = 20$　より20通りである。

$384 - 20 = 364$　　<u>364通り</u>//

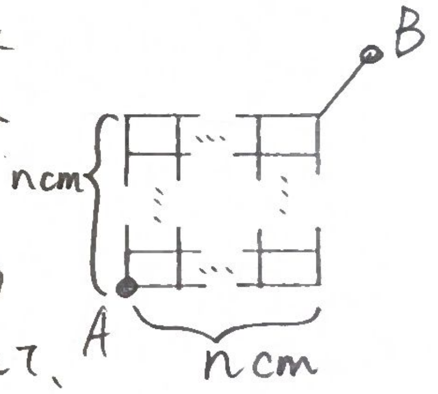
(3)
図(1,2)に
おいてA→B
へと行く方法は、
${}_{3n}C_n$ で表される。



図(1,2)

(4,2), (4,6), (5,6), (5,3), (1,3)についても
同様なため、　${}_{3n}C_n \times 6$

重複している経路は
立方体の点A,B以外
の頂点を通るような
経路であり、該当する
6つの頂点について考えて、



$6 \cdot {}_{2n}C_n$　通り。

以上より、
$6 \cdot {}_{3n}C_n - 6 \cdot {}_{2n}C_n$

<u>$6({}_{3n}C_n - {}_{2n}C_n)$ 通り</u>//

氏　名	受験番号	文 2
田所浩二	114514	18+6+16

3 (解答欄)

(1) $A(\cos\theta, \sin\theta)$

$B(\cos 2\theta, \sin 2\theta)$

$C(\cos 3\theta, \sin 3\theta)$　とおく。

$\theta=0$のとき3点とも$(1,0)$にあり、$\theta=2\pi$までθが変化するとき、点Aが1周、点Bが2周、点Cが3周して再び$(1,0)$に集まる。$\therefore 0 \leqq \theta \leqq 2\pi$

重心をGとして、Gの座標は

$$\left(\frac{\cos\theta+\cos2\theta+\cos3\theta}{3}, \frac{\sin\theta+\sin2\theta+\sin3\theta}{3}\right)$$

と表される。

$$\frac{\cos\theta+\cos2\theta+\cos3\theta}{3} = \frac{\cos2\theta+2\cos2\theta\cos\theta}{3} = \frac{\cos2\theta(1+2\cos\theta)}{3}$$

$$\frac{\sin\theta+\sin2\theta+\sin3\theta}{3} = \frac{\sin2\theta+2\sin2\theta\cos\theta}{3} = \frac{\sin2\theta(1+2\cos\theta)}{3}$$

$G\left(\frac{\cos2\theta(1+2\cos\theta)}{3}, \frac{\sin2\theta(1+2\cos\theta)}{3}\right)$の原点からの距離Lは、

$$L=\sqrt{\frac{\cos^2 2\theta(1+2\cos\theta)^2+\sin^2 2\theta(1+2\cos\theta)^2}{9}} = \left|\frac{1+2\cos\theta}{3}\right|$$

$L=\frac{1}{2}$となるとき、$\frac{1+2\cos\theta}{3}=\pm\frac{1}{2}$

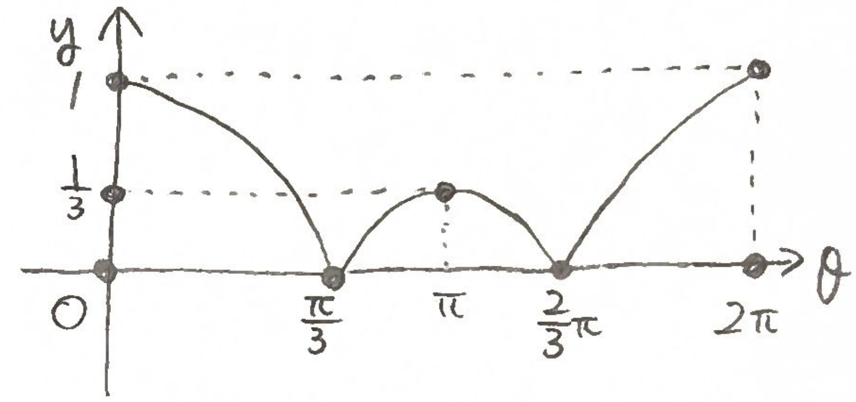
$\cos\theta = \frac{1}{4}, -\frac{5}{4}$　$-1 \leqq \cos\theta \leqq 1$より

$\cos\theta=\frac{1}{4}$　このとき$\sin\theta = \pm\frac{\sqrt{15}}{4}$

従ってAの座標は$\left(\frac{1}{4}, \frac{\sqrt{15}}{4}\right), \left(\frac{1}{4}, -\frac{\sqrt{15}}{4}\right)$

(2)

$y=\left|\frac{1+2\cos\theta}{3}\right|$の$0\leqq\theta\leqq2\pi$におけるグラフは下図の通り。



$\because \theta=\frac{\pi}{3}, \frac{2}{3}\pi$のとき$L=0$

$-\frac{1}{3} \leqq \frac{1+2\cos\theta}{3} \leqq 1$

ここで、直線と円の交点は多くて2つであるため、3点A, B, Cが一直線上にあるとき、少なくとも2点は同じ座標にならなければならない。

$\cos\theta=\cos2\theta$, $\sin\theta=\sin2\theta$となるのは$\theta=0, 2\pi$

$\cos2\theta=\cos3\theta$, $\sin2\theta=\sin3\theta$となるのは$\theta=0, 2\pi$

$\cos\theta=\cos3\theta$, $\sin\theta=\sin3\theta$となるのは$\theta=0, \pi, 2\pi$

$\theta=0, \pi, 2\pi$を除いて考えて、$y=\left|\frac{1+2\cos\theta}{3}\right|$と$y=d$が4つの交点をもつような$d$は、

$0 < d < \frac{1}{3}$

氏名	受験番号	文 3
田所浩二	114514	25+15

4 （解答欄）

(1) $2^x = t$ とする。$(t>0)$

$t + \frac{1}{t^2} = 2$

$t^3 - 2t^2 + 1 = 0$

$(t-1)(t^2-t-1)=0$

$t = 1, \frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$　$t>0$ より $t=1, \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

このとき $x = 0, \log_2(1+\sqrt{5})-1$

(2) $\log_N M = \frac{\log_a M}{\log_a N}$ は

$N^{\frac{\log_a M}{\log_a N}} = M$ を示せばよい。

$N = a^{\log_a N}$ より、

$(a^{\log_a N})^{\frac{\log_a M}{\log_a N}} = a^{\log_a M} = M$

よって $\log_N M = \frac{\log_a M}{\log_a N}$ は成り立つ。

(3)

$\log_{27}28 \times \log_{28}29 \times \log_{29}30 \times \cdots \times \log_{n-1} n$

$= \frac{\log_3 28}{\log_3 27} \times \frac{\log_3 29}{\log_3 28}\times\frac{\log_3 30}{\log_3 29}\times\cdots\times\frac{\log_3 n}{\log_3(n-1)}$

$= \frac{1}{3} \log_3 n$

$\log_3 n$ が有理数となるのは、n が3の累乗であるようなときである。$n \geqq 28$ より

$n = 81$

(4)

$\sum_{k=1}^{100}\log_{10}k = \log_{10}(100!)$

$100! > 9! \times 10^{10}\times 20^{10}\times\cdots\times 90^{10}\times 100$

$= 9!\times(9!)^{10}\times 10^{90}\times 100$

$=(9!)^{11}\times 10^{92}$

また、$100! < 10!\times 20^{10}\times\cdots\times 90^{10}\times 100^{10}$

$= 9!\times 10\times (9!)^{10}\times 10^{80}\times 10^{20}$

$= (9!)^{11}\times 10^{101}$

従って $\log_{10}(100!) > \log_{10}\{(9!)^{11}\times 10^{92}\}$

$= 92 + 11\times 5.56$

$= 153.16$

$\log_{10}(100!) < \log_{10}\{(9!)^{11}\times10^{101}\}$

$= 101 + 11\times 5.56$

$= 162.16$

$153.16 < \log_{10}(100)! < 162.16$ より、

$150 < \sum_{k=1}^{100}\log_{10}k$

氏名	受験番号	文 4
田所浩二	1 1 4 5 1 4	6+8+6+20